2023

PROGRAMA DE AMBIENTACIÓN A LA VIDA UNIVERSITARIA

FACULTAD DE CIENCIAS VETERINARIAS
Universidad Nacional de La Pampa

[CUADERNILLO DE SABERES PREVIOS DE MATEMÁTICA]

Índice

Este cuadernillo fue diseñado como un material bibliográfico que pueda ser la base que organice el tratamiento a modo de repaso de los temas de Matemática que se han desarrollado en el Nivel Secundario. Abarca desde los distintos conjuntos numéricos, sus operaciones y propiedades, pasando por el estudio de ecuaciones para finalmente abordar el concepto de función, deteniéndose en funciones lineales y cuadráticas, haciendo hincapié en el trazado e interpretación de gráficas.

También sería muy bueno que consultes con otros recursos disponibles como ser libros o guías que ya hayas usado durante tus estudios, que seguramente enriquecerán los enfoques sobre los temas y te ayudarán a construir tu propio conocimiento. El formato del material está pensado para que te apropies de él; encontrarás además de las explicaciones teóricas, ejercicios y ejemplos. Lee detenidamente y reflexiona sobre lo escrito. Puedes hacer tus propios apuntes o notas.

Al final encontrarás una colección de ejercicios y problemas con el título de EJERCITACIÓN PARA EL ESTUDIANTE; conviene resolverlos ya que es el momento en que deberás reafirmar conocimientos y verificar la comprensión de los temas tratados.

Sabemos que estudiar Matemática requiere realizar un cierto esfuerzo, pero este esfuerzo depara satisfacciones al comprobar que a medida que se comprende, se vencen con más facilidad las dificultades.

Finalmente, queremos desearte el mayor de los éxitos en tu ingreso y en la carrera que estás por comenzar. Y decirte que estamos esperándote y dispuestos para atender tus inquietudes.

INTRODUCCIÓN

Se dice que…"No existe la carrera en la que no estén presentes las matemáticas, pero…"

¿CÓMO USAN LOS MÉDICOS VETERINARIOS LAS MATEMÁTICAS EN SUS TRABAJOS?

Para responder imagínate dentro de unos años*…, estás atendiendo a un paciente…*

En tu mano sostienes este envase, donde en una parte de la etiqueta del medicamento Modivitasan se distingue el siguiente texto:

Indicaciones
Indicado como activador de las acciones metabólicas y hormonales, liberador de los factores de crecimiento, optimizador la ganancia de peso y todas las funciones corporales. Auxiliar en el tratamiento de enfermedades infecciosas y parasitarias, estrés, desnutrición por afecciones crónicas, animales debilitados por condiciones climáticas extremas (frío, sequías). Preventivo de trastornos de parto, retención placentaria y muertes embrionarias.

Dosis y Administración
Vacunos, ovinos, caprinos, equinos, porcinos y camélidos: 1 mL/50 kg de p.v. Caninos y felinos: 0.10 mL/5 kg de p.v. Aves de corral, cuyes y conejos: 0.05 mL/2 kg de p.v. Aplicar vía intramuscular o subcutánea.

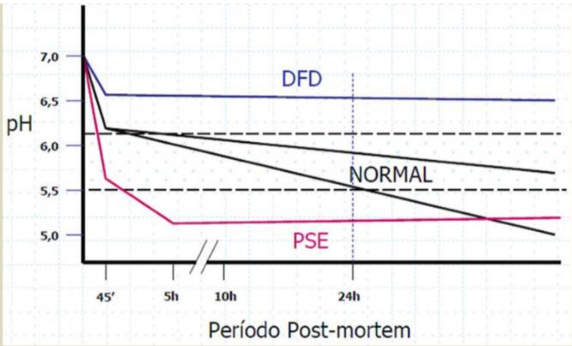
Nota: peso vivo = p.v.

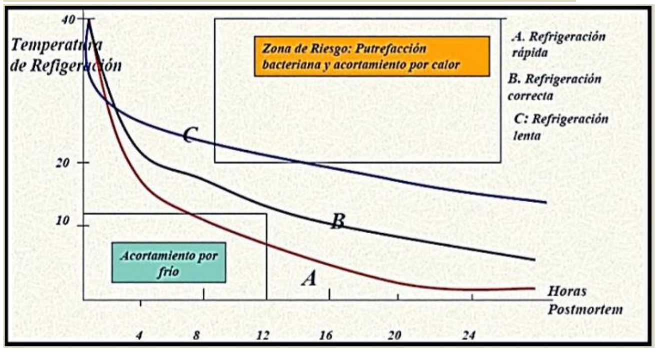
De pronto el dueño de la mascota te pregunta:
Dr. ¿Cuántos mL debo administrarle a mi perrito que pesa 10 kg (peso vivo)?

O bien otro de tus clientes tiene un criadero de aves y consulta:
Dr. si una de las presentaciones comerciales del medicamento viene en frascos de 20 mL, ¿Para cuántas aves de corral de 5 kg de p.v. alcanzaría aproximadamente un frasco?

¿Qué opinas, necesitarás hacer cálculos matemáticos?

También podrías estar trabajando en una industria frigorífica y de pronto tienes que analizar una gráfica como algunas de las siguientes: en la primera se indica como varía una propiedad como el pH en función del tiempo y en la segunda se presenta la modificación de la temperatura en función del tiempo que se verifica en una cámara frigorífica:

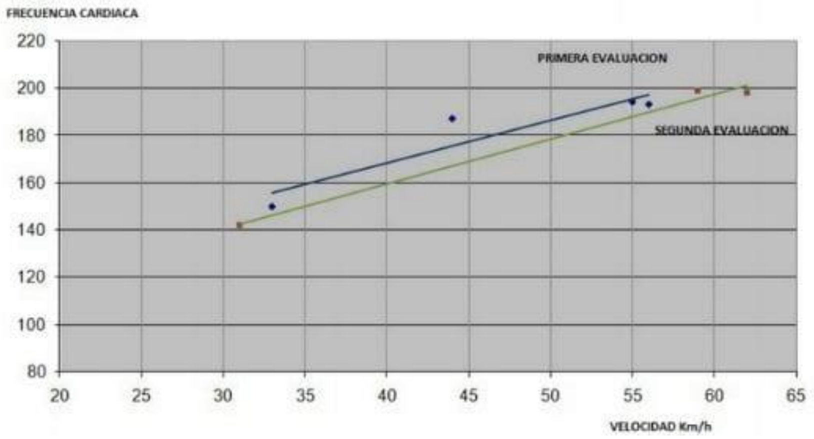




¿Te parece que deberás saber de funciones y relaciones?

Incluso en el plano deportivo hay datos gráficos de los que se puede sacar información de interés…, te dejo este ejemplo:

Uno de los efectos del entrenamiento conforme el caballo mejora su estado aeróbico es que el ritmo cardíaco es menor en las mismas velocidades, luego de entrenar. Ya durante la primera semana hay una rápida respuesta al entrenamiento. Esto se debe a que hay una rápida adaptación del corazón y de las funciones cardíacas. Obteniendo información de los trabajos del equino a distintas velocidades se podría realizar una gráfica correlacionando velocidad y FC, repitiendo las mediciones en dos semanas para poder evaluar la evolución en el entrenamiento del equino.



Fuente: https://www.engormix.com/equinos/articulos/ejercicios-de-caballos-t28720.htm

Sin dudas se podrían presentar otras situaciones de la Medicina Veterinaria donde se requerirán cálculos matemáticos; se necesitan manejar ecuaciones en algunas materias como bioestadística, en epidemiologia donde se realiza el seguimiento y estudio de enfermedades por ejemplo a través de cuadros, curvas, etc., en el laboratorio donde se realizan la toma de muestras y análisis calculando por ejemplo porcentajes, en farmacología para dosificar los medicamentos, en genética para realizar los programas de mejora genética de tus animales, control ganancia de peso, pérdidas de peso etc., en nutrición para las formulas alimenticias (cantidad de proteínas, carbohidratos, fibra, aditivos, vitaminas).

En la actualidad las matemáticas no se pueden concebir sólo como números, se han transformado en una ciencia de modelos y la aplicación derivada del ajuste entre ellos.

A semejanza de lo ocurrido en las ciencias físicas, las matemáticas comienzan a ser la fuente de aprendizaje y cambio en las ciencias biológicas y de la salud.

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Conjuntos numéricos. Operaciones con números reales. Razones y proporciones.

Objetivos:
Cuando finalice este módulo habremos hecho un repaso recordando cómo:
- Realizar operaciones con los números reales en ejercicios concretos
- Emplear la calculadora en la resolución de ejercicios desarrollar criterio lógico en el uso de la calculadora
- Calcular porcentajes en situaciones de la vida cotidiana

1.1 CONJUNTOS NUMÉRICOS

"Los números son la esencia de las cosas"

Pitágoras

La historia de nuestros números es una historia muy antigua. No se sabe con certeza cuánto tiempo hace que los humanos comenzaron a usarlos, pero lo que sí podemos asegurar es que desde el principio el hombre necesitó palabras para expresar cantidades. Contar cuántas personas había en una cueva, expresar a qué distancia estaba el río.
El hombre comenzó a contar principalmente por la necesidad de adaptarse a los ciclos naturales y de cuidar sus bienes; en el primero de los casos, distinguiendo los ritmos de la naturaleza podían conocer la duración de las diferentes temporadas, y en el segundo, contabilizar tanto los animales cazados como los de crianza.
Por ejemplo, cuando un pastor llevaba sus ovejas a pastar al campo, metía una piedra por cada animal que pastaba en su alforja. Luego, cuando las encerraba después del pastoreo, la cantidad de animales debía coincidir con la cantidad de piedras guardadas.
Por cada oveja que encerraba, sacaba una piedra de su alforja, si había más piedras que ovejas, significaba que alguna se había perdido. Comparando cantidades es como el hombre comenzó a construir el concepto de número.

Fichas o tokkens
Metropolitan Museum
Periodo de Uruk tardio, hacia el 3300-3100 a.C.

http://www.historiaantigua.es/sumer/estructuraecono/estructuraecono.html

Cuando nos referimos a la palabra CONJUNTO surge intuitivamente una idea, pensamos en una agrupación o colección de objetos, a los que denominaremos: elementos. Esta idea nos sirve para introducirnos en el concepto de conjuntos que seguramente ya has estudiado en Matemática. Los conjuntos se designan con letras mayúsculas imprenta: A, B, C, … y los elementos con letras minúsculas imprenta: a, b, c,…,x,… Así si "c" es un elemento del conjunto A, dicho elemento pertenece al conjunto y escribimos $\mathbf{c} \in \mathbf{A}$ lo que se leería "c" pertenece al conjunto

A. En caso contrario, si "**c**" no es un elemento de A se simboliza **c** $\notin$ **A** y en ese caso diríamos "c" no pertenece al conjunto A.

Un conjunto numérico es una agrupación de números que cumplen con una serie de propiedades.

1.1.1. NÚMEROS NATURALES ($\mathbb{N}$)

Comencemos por el primer conjunto numérico: los números naturales, a este conjunto lo simbolizaremos con la $\mathbb{N}$.

$\mathbb{N}$ = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8;…}

¿Por qué se colocan los puntos suspensivos?

Porque aunque el conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$) tiene un primer elemento que es el número 1, no tiene un último elemento, es decir se trata de un conjunto infinito ya que todo número natural, llamémosle "x", tiene su número natural consecutivo o siguiente que será $x + 1$.

Si bien el cero no es un número natural, muchas veces es necesario "agregarlo" a $\mathbb{N}$, en ese caso, el conjunto se simboliza $\mathbb{N}_0$ y se lo denomina "naturales con el cero" o simplemente

$\mathbb{N}_0$ = {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; …}

1.1.2. Números enteros: $\mathbb{Z}$

Los números enteros abarcan a los números naturales, el cero y a los números negativos.

$\mathbb{Z}$ = {…..,-5,-4,-3,-2,-1,0,1, 2, 3, 4,5,…..}

Todo número natural es un número entero. Los números enteros permiten expresar cantidades negativas como un saldo deudor en una cuenta bancaria, un año de la era antes de Cristo, el número de una planta del sótano de un edificio, la representación de profundidades bajo el nivel del mar, temperaturas bajo cero, etc.

1.1.3. NÚMEROS RACIONALES

Año a año en el Antiguo Egipto, se producía la crecida del río Nilo inundando todos los campos cultivables desde el mes de julio hasta septiembre, esta situación aparentemente "indeseable" se esperaba con mucha alegría porque gracias a las inundaciones, el río dejaba sobre los campos una delgada capa de elementos fertilizantes (el limo) que traía en sus aguas.
En esas fechas, el faraón enviaba a los agrimensores a medir los campos para repartir los terrenos entre los campesinos, la delimitación era un tema conflictivo

desde la época predinástica con las alteraciones producidas por las inundaciones anuales, produciéndose a veces enfrentamientos jurídicos entre los templos y los particulares, y en otras situaciones era preciso el conocimiento lo más aproximado posible de la extensión de los campos de producción agrícola.
La medición la hacían con cuerdas anudadas a una misma distancia. A los agrimensores les asaltó un gran problema: había veces que, al medir un campo, sobraba o faltaba un trozo de cuerda, ellos tenían que verificar que cada campo tuviera un determinado número de cuerdas por cada lado, ya que era la unidad de medida con la contaban.
Solucionaron este problema inventando un nuevo tipo de número, el fraccionario, que era el cociente de dos números enteros.

$$\mathbf{Q} = \left\{ a/b \text{ con a y b enteros y b} \neq 0 \right\}$$

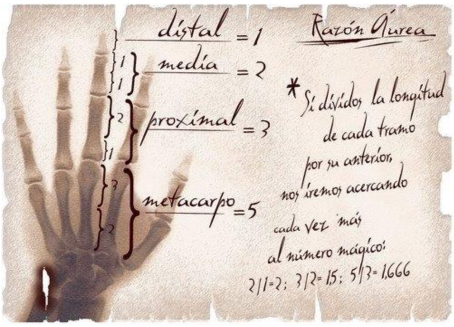
Los números racionales o fraccionarios se representan por el cociente de dos números enteros, llamados numerador y denominador respectivamente, siendo el denominador distinto de cero.

El término «racional» alude a una fracción o parte de un todo. El conjunto de los números racionales se denota por **Q**, que deriva de «cociente» (***Q****uotient* en varios idiomas europeos).

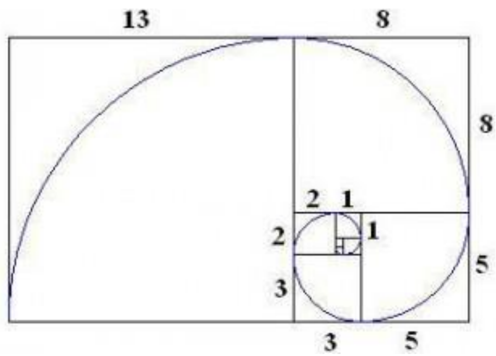
1.1.4 NÚMEROS IRRACIONALES

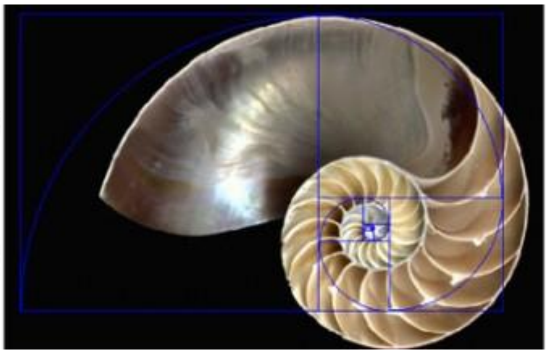
Por el siglo VII a.C, los griegos revelaron las magnitudes irracionales, es decir números que no pueden ser expresados a través de una fracción, el origen de los números irracionales está asociado a cálculos geométricos que aparecían relacionados.
Comencemos explicando qué es la sucesión de Fibonacci: esta es una sucesión numérica donde el número siguiente es el resultado de la suma de los dos anteriores. O sea, 1-2-3-5-8-13-21-34, etc.
La secuencia puede ayudar a calcular casi perfectamente el número de pares de conejos "n" meses después de que una primera pareja comienza a reproducirse (suponiendo que los conejos se empiezan a reproducir cuando tienen dos meses de edad), también coincide con la relación entre la cantidad de abejas macho y abejas hembra en un panal.
Ahora bien, volvamos a los Irracionales. Según el astrónomo Kepler, si vamos dividiendo números de Fibonacci consecutivos cada vez mayores estos se acercan al número 1,618033… que es el número áureo número de oro.

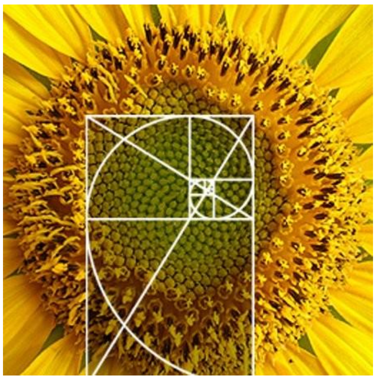
Así representaban al número de oro o también número de Fidias. Un número nada fácil de imaginar, que convive con la humanidad (porque aparece en la naturaleza y desde la época griega hasta nuestros días en el arte y el diseño)

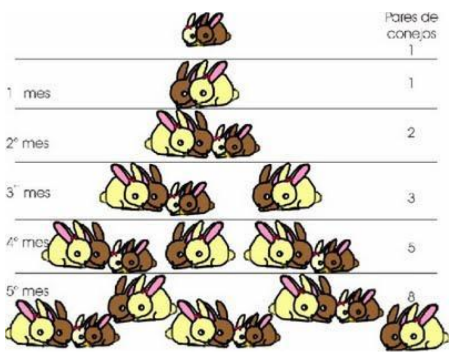


Se atribuye un carácter estético especial a los objetos que siguen la razón áurea, así como una importancia mística. A lo largo de la historia, se le ha atribuido importancia en diversas obras de arquitectura y artes.









Si te interesa puedes ver más acerca del número de oro en naturaleza en este link https://www.youtube.com/watch?v=YCG6or7sZgA.
Otros dos números irracionales muy conocidos son π y e, al primero lo recordarás de geometría, se usa en el cálculo de longitudes de circunferencias y áreas de círculos, para el cual la aproximación más usual es 3,14; sin embargo la representación decimal de este número continúa interminablemente. Gracias a la tecnología que ahora tenemos, una computadora calculó π como decimal hasta cien cifras, he aquí algunas:

π = 3,14159 26535 89793 23846 26433 83279........

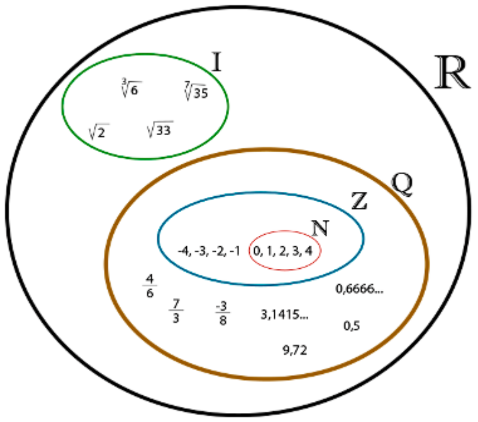
Si quieres escuchar como "suena π" en el piano, te propongo que consultes https://www.youtube.com/watch?v=ViGglHTmf08

Si quieres saber más sobre el numero PI
https://www.youtube.com/watch?v=3Gdjkz60ON4

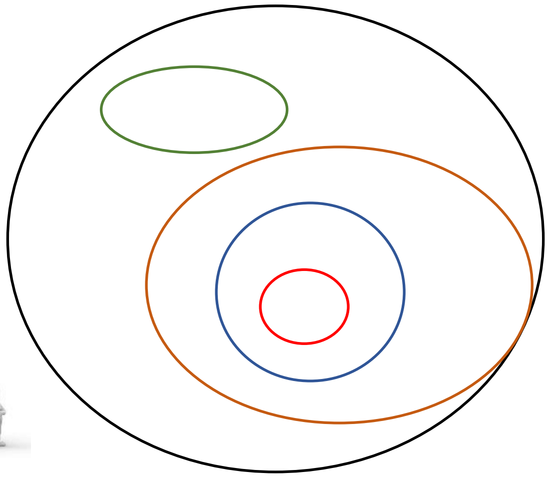
1.1.5 CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES

Los números reales son los que abarcan a los números racionales y los números irracionales

Veamos la representación gráfica de todos los conjuntos explicados anteriormente.



N= números naturales (enteros positivos)
Z= números enteros (positivos y negativos)
Q= números racionales (fracciones y decimales)
I= Irracionales



Ahora empezamos a "darle al coco" ¿Te animás a completar el diagrama anterior con otros ejemplos?

NUMEROS NATURALES: N

1,2,3,……..

0(CERO)

NÚMEROS NEGATIVOS

-1,-2,-3,…..

NÚMEROS ENTEROS: Z

-6,-5,-…0.1,2,…..

NÚMEROS FRACCIONARIOS

$\frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$

NÚMEROS RACIONALES: Q

NÚMEROS IRRACIONALES: I

NÚMEROS REALES: R

1.2 OPERACIONES CON NÚMEROS REALES

Para poder realizar las operaciones correctamente con números reales, te propongo repasar algunas reglas básicas que seguramente ya conoces. Las propiedades de las operaciones nos ayudan a simplificar los cálculos y comprender mejor lo que estamos haciendo, pero si aplicamos propiedades incorrectamente podemos cometer errores.

1.2.1 Adición (suma)

La suma de números reales, también llamada adición, es una operación que se efectúa entre dos números (a los que se denominan “sumandos”), pero se pueden considerar también más de dos sumandos. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden sumar entre sí.
Siendo *a, b y c* números reales, a continuación, repasaremos las propiedades de la adición.

Propiedad Asociativa: El modo de agrupar los sumandos no varía el resultado.

$$(a+b)+c=a+(b+c)$$

$$\sqrt{2}+(\sqrt{3}+\sqrt{5})=(\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{5}$$

Propiedad Conmutativa: El orden de los sumandos no varía el resultado de la suma.

$$a+b=b+a$$

$$\sqrt{5}+\sqrt{3}=\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

Propiedad del Elemento neutro: El 0 (cero) es el elemento neutro de la suma porque todo número sumado con él da el mismo número.

$$b+0=b$$

$$\pi+0=\pi$$

Propiedad del Elemento opuesto o Elemento inverso: Todo número real tiene un inverso aditivo, lo que quiere decir que si se suman el número y su inverso, el resultado es 0 (cero): si a es un número real, entonces

$$a-a=0$$

1.2.2. Sustracción o resta

Los términos que intervienen en esta operación, son el sustraendo, el minuendo y el resultado. El sustraendo siempre va primero, el minuendo va siempre después.

La resta no cumple la propiedad asociativa

Para mostrar que **la resta no cumple esta propiedad** usaremos un ejemplo con tres números “a”, “b” y” c” distintos de 0, tomemos la operación

11 – 6 – 2

Realicemos (11 – 6) – 2

Primero, según lo indican los paréntesis, debemos realizar la resta (10 – 6)

Después, operamos este resultado con el menos dos así:

(11 – 6) – 2 = 5 – 2 = 3

Ahora realicemos la operación: 11– (6 – 2)

Comenzamos por resolver la operación dentro del parénesis, nos quedaría:

11– (6 – 2) = 11 – 4 = 7

Como te puedes dar cuenta hemos operado, en los dos casos, los mismos tres números, sin embargo, al cambiar el orden de las operaciones a realizar, el resultado cambió. Por lo tanto se puede concluir que la **resta (o sustracción) no cumple con la propiedad asociativa**, es decir que se debe prestar especial atención al realizar este tipo de cálculos cuando se presenten varios números.

La resta tampoco es conmutativa

¿Recordás la **propiedad conmutativa** de la suma que vimos más arriba? ¿Creés que esto mismo se cumple en la resta? Tomemos los números 8 y 3 para hacer una prueba:

8 – 3 = 5

3 – 8 = - 5

Como los resultados no son iguales, podemos asegurar entonces que **la resta no cumple la propiedad conmutativa** ya que, en general, los resultados de las restas a – b y b – a no son iguales, salvo en el caso exclusivo que los valores de a y b sean iguales.

La adición o sustracción de dos fracciones de igual denominador es otra fracción de igual denominador, cuyo numerador es la suma o resta de los numeradores según sea la operación indicada a resolver; veamos con un ejemplo:

$$\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{6}{7} \qquad \frac{5}{7}-\frac{1}{7}=\frac{4}{7}$$

La adición o sustracción de fracciones con distinto denominador es otra fracción, en primer lugar se reducen los denominadores a común denominador, y luego se suman o se restan (según la operación en cuestión) los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas; resolvamos los siguiente ejemplos

$$\frac{5}{4}+\frac{1}{6}=\frac{15+2}{12}=\frac{17}{12} \qquad \frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{15-2}{12}=\frac{13}{12}$$

1.2.3. Multiplicación

La multiplicación de números reales es una operación que se efectúa entre dos números, pero se pueden considerar también más de dos factores. Siempre que se tengan dos números reales, se pueden multiplicar entre sí. Pero… repasemos la “Regla de los Signos”

• El producto de dos números de igual signo siempre es positivo; (+) . (+) = (+)

(-) . (-) = (+)

• El producto de dos números de distinto signo siempre es negativo. (+) . (-) = (-)

El **producto** satisface las siguientes propiedades:

a) Asociativa: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$;

$2 \bullet (3 \bullet 4) = 24 \rightarrow (2 \bullet 3) \bullet 4 = 24$

b) Conmutativa: $a \cdot b = b \cdot a$;

$3 \bullet (-5) = (-5) \bullet 3$

$-15 = -15$

c) Existencia de elemento neutro: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$;
e) Propiedad distributiva del producto con respecto a la suma: $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$

$$(-2) \bullet (3 + 5) = (-2) \bullet 3 + (-2) \bullet 5$$

<u>La multiplicación de dos fracciones es igual a otra fracción, cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.</u>
Es decir:

Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores entre sí y se multiplican los denominadores entre sí. Luego si es necesario se simplifica la fracción resultante.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 2}{5 \cdot 8 \cdot 3} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{120}} = \boxed{\frac{1}{15}}$$

simplificamos por el número 8

1.2.4. División

La división **no es conmutativa**, pues al cambiar el orden de sus términos el resultado también cambia

Ejemplos:
10 : 2 = 5 pero 2 : 10 = 0,2
40:8 = 5 pero 8 : 40 = 0,2

La división **<u>no</u> es asociativa** pues al cambiar el orden de sus términos el resultado también cambia

Ejemplo: (16÷ 4) ÷ 2 = 2 pero 16 ÷ (4 ÷ 2) = 8

- Cero dividido entre cualquier número da cero 0 : 4 = 0
- No se puede dividir por cero 8 : 0 = no existe
- Las reglas de los signos en el caso de la división son las mismas que para la multiplicación.

1.2.5. Resumen de las Propiedades de la adición y multiplicación

Propiedad	Adición	Multiplicación
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Distributiva	$a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$	
Identidad	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Opuesto - Inverso	$a + (-a) = 0$ opuesto	$a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = 1$ inverso

Ahora es cuando se pone buenísimo!!!

(la letra es más chica)Es imprescindible conocer las reglas a seguir para realizar los cálculos matemáticos correctamente. Es así que se han desarrollado una secuencia de acciones que nos indican un orden, estableciendo qué cálculos se deben hacer primero en una expresión matemática que involucre a más de una operación. El hecho de desconocer este orden procedimental en la resolución de cálculos, podría redundar en resultados erróneos. En el siguiente ejemplo: 5 + 6 • 3 tiene sólo una respuesta correcta. ¿Es 23 o 33?

Para resolver recuerda que los signos + y – separan los términos, y allí hay que detenerse para realizar las operaciones planteadas, por lo tanto

5 + 6 • 3

5 + 18 = 23 → Por lo tanto el resultado correcto es 23.

Cuando existen los llamados símbolos de agrupación como paréntesis ( ), llaves { }, corchetes [ ], y barras de fracción pueden usarse para controlar aún más el orden de las cuatro operaciones vistas anteriormente. Éste es el orden en el que deben realizarse las diferentes operaciones que pueden existir en una expresión matemática:

1. Paréntesis, corchetes o llaves (se resuelven de dentro hacia afuera)
2. Potencias y raíces
3. Multiplicaciones y divisiones
4. Sumas y restas

.

Vamos a ver un ejemplo de operaciones combinadas:

6 + (8 – 3) x 2

Primero separamos en términos, recuerda que para ello tenemos en cuenta los signos + o - , pero atención NO PODEMOS INTRODUCIRNOS EN LOS SÍMBOLOS DE AGRUPACIÓN, en este caso el paréntesis, por lo tanto debemos resolverlo: (8 – 3) = 5

De esta manera, nos queda:

6 + 5 x 2,

Nuevamente separaremos en términos y por lo tanto debemos hacer la multiplicación: 5 x 2 = 10

Y por último nos queda la operación de sumar: 6 + 10 = 16

A ejercitar!!!

A) 27 + 3 · 5 – 16 =
27 + 15 − 16 = 26

B) $(3 - 8) + [6 - (-2)] =$

$-5 + (6 + 2) =$

$-5 + 8 = 3$

C) $5 - [6 - 2 - (1 - 8) - 3 + 6] + 5 =$

$5 - [6 - 2 - (-7) - 3 + 6] + 5 =$

$5 - [6 - 2 + 7 - 3 + 6] + 5 =$

$5 - 14 + 5 = -4$

Ahora resolvamos este ejemplo:

$$\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=$$

Para poder quitar los paréntesis, hay que tener en cuenta que adelante del segundo hay un signo (-) , esto es como si hubiera un (-1) que multiplica a todo el contenido de ese paréntesis, es decir, que cambiamos todo de signo

$$\left(3+\frac{1}{4}\right)-\left(2+\frac{1}{6}\right)=3+\frac{1}{4}-2-\frac{1}{6}=1+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{12+3-2}{12}=\frac{13}{12}$$

Ahora a practicar!!! Resolver los siguientes ejercicios combinados

A) $27 + 3 – 45 : 5 + 16 =$ (Rta.= 37)

B) $440 - [30 + 6\,(19 - 12)] =$ (Rta.= 368)

C) $2\{4\,[7 + 4\,(5 \cdot 3 - 9)] - 3\,(40 - 8)\} =$ (Rta.= 56)

1.2.6. Potenciación

Sean **"a"** un número real y **" n"** un número entero. Definimos la potencia *enésima* de "***a***" como: $a^n = \underbrace{a \,.\, a \,.\, a \,......}_{n \text{ veces}}$

PROPIEDADES DE LA POTENCIACIÓN	
Propiedad	**Ejemplo**
$a^0 = 1$	$(-5)^0 = 1$
$a^1 = a$	$23^1 = 23$
$a^n . a^m = a^{n+m}$	$x^2 . x^{-3} = x^{2-3} = x^{-1}$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{7^8}{7^5} = 7^{8-5} = 7^3$
$(a.b)^n = a^n . b^n$	$(4.x)^3 = 4^3 . x^3$
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{-3}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8}$
$(a^n)^m = a^{n.m}$	$(m^{-1})^3 = m^{-1.3} = m^{-3}$
$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}$	$\sqrt[5]{8^3} = 8^{\frac{3}{5}}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$a^{-5} = \frac{1}{a^5}$
$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	$\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$
$(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$	$(4 + x)^3 \neq 4^3 + x^3$

De acuerdo al cuadro anterior decimos que:

Todo número elevado a la 0 es igual a 1, es decir: $a^0 = 1$ si $a \neq 0$

$9^0 = 1$

Todo número elevado a la 1 da como resultado el mismo número, es decir: $a^1 = a$

$6^1 = 6$

El **producto de potencias de igual base**, es igual a otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma algebraica de los exponentes dados:

$a^x . a^y . a^z = a^{(x + y + z)}$

Ejemplos: $3^2 . 3^{-3} . 3^4 . 3^{-1} = 3^{2 + (-3) + 4 + (-1)} = 3^2 = 9$

$(-2)^5 : (-2)^{-2} = (-2)^{5+2} = -128$

El **cociente de potencias** de igual base, es igual a otra potencia de igual base cuyo exponente es la diferencia algebraica entre el exponente del dividendo y el exponente del divisor, es decir: $a^x / a^y = a^{x-y}$

Ejemplo: $\frac{8^7}{8^5} = 8^{(7-5)} = 8^2 = 64$

La potenciación **es distributiva** con respecto al producto: $(a . b)^n = a^n . b^n$

Ejemplo: $(2 . 3)^2 = 2^2 . 3^2 = 4 . 9 = 36$ ó $6^2 = 36$

La potenciación **es distributiva** con respecto al cociente:

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ Veamos un ejemplo

$$\left(\frac{9}{3}\right)^2 = \frac{9^2}{3^2} = \frac{81}{9} = 9$$ ó Si resolvemos la primera división entre corchetes

$3^2 \;=\; 9$

Cuando se realiza **la potencia de una potencia**, el resultado es otra potencia con la misma base, y cuyo exponente es el producto de los dos exponentes. Por ejemplo:

$(2^3)^5 = 2^{3.5} = 2^{15}$

La **potencia con exponente negativo** es igual a la inversa de la base elevada a dicha potencia como exponente positivo.

$$a^{-n} = 1/a^n$$

$$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

La potenciación **no es distributiva** con respecto a la suma

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n$$

$$(6+4)^2 \neq 6^2 + 4^2$$

Lo correcto sería: $(6+4)^2 = 10^2 = 100$

Para comprobar que la potencia **no es distributiva** con respecto a la suma podemos desarrollar el *Binomio de Newton*, que se expresa como el cuadrado del primer número, más el duplo del primero por el segundo, más el cuadrado del segundo número. Veamos un ejemplo: $(6+4)^2 = 6^2 + 2.6.4 + 4^2 = 36 + 48 + 16 = 100$

La potenciación **no es distributiva** con respecto a la resta

$$(a-b)^n \neq a^n - b^n$$

Lo correcto es: $(6-2)^2 = 4^2 = 16$; o aplicando el *Binomio de Newton*:

$$6^2 - 2 \,.\, 6 \,.\, 2 + (-2)^2 = 36 - 24 + 4 = 16$$

Potencia con exponente fraccionario positivo: Una potencia cuyo exponente es fraccionario positivo, es igual a una raíz cuyo índice es el denominador de la fracción y cuyo numerador es el exponente de la cantidad subradical.

Ejemplo: $a^{3/2} = \sqrt[2]{a^3}$

 *Recordemos*:

- Cuando el índice de la raíz es **par**, el resultado puede ser tanto negativo como positivo:

Ej: $\sqrt[2]{16} = \pm 4$ pues $(-4)^2 = 4^2 = 16$

- Cuando el índice de la raíz es **par** y el radicando **negativo** no tiene solución real:

Ej: $\sqrt[2]{-9} =$ no tiene solución en los números reales

- Cuando el índice de la raíz es **impar** y el radicando **negativo** tiene solución negativa:

Ej: $\sqrt[3]{(-8)} = -2$ pues $(-2)^3 = -8$

1.2.7. Radicación

Dado un número real **a**, el número real **b** es su raíz enésima √a = b, si se verifica que
$b^n = a$
Ahora que sabemos lo que es una raíz n-ésima (se lee raíz enésima y es para generalizar su orden), veamos algunas propiedades:

PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN	
Propiedad	**Ejemplo**
$\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a.b}$	$\sqrt[2]{8}.\sqrt[2]{2} = \sqrt[2]{16} = 4$
$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt[3]{-81}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{-\frac{81}{3}} = \sqrt[3]{-27} = -3$
$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$	$(\sqrt[2]{4})^3 = \sqrt[2]{4^3} = \sqrt[2]{64} = 8$
$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m.n]{a}$	$\sqrt[4]{\sqrt[7]{x}} = \sqrt[4.7]{x} = \sqrt[28]{x}$
$\sqrt[n]{a \pm b} \neq \sqrt[n]{a} \pm \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[2]{8 + x} \neq \sqrt[2]{8} \pm \sqrt[2]{x}$

La radicación **es distributiva** con respecto al producto, o sea puedes "separar" las raíces y efectuar la multiplicación correspondiente

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

(*suponemos que a y b son ≥ 0)*

Esto te ayudará a simplificar ecuaciones y también algunos cálculos:

Ejemplo: $\sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{64 \cdot 2} = \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2}$

¿Pero…También funciona con la división? ¡Sí!

- La radicación **es distributiva** con respecto al cociente

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

(a≥0 y b>0)

(b no puede ser cero porque no se puede dividir entre cero)

$$\sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{4}$$

¡Pero no se puede hacer lo mismo con sumas y restas! Es fácil caer en la trampa, así que a tener cuidado.

$$\sqrt[n]{a+b} \neq \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a-b} \neq \sqrt[n]{a} - \sqrt[n]{b}$$
$$\sqrt[n]{a^n + b^n} \neq a + b$$

Ahora te toca a vos!!!

A) $3^3 \cdot 3^{-4} \cdot 3 =$ (Rta.= $3^0 = 1$)

B) $5^7 : 5^8 =$ (Rta.= $5^{-1} = 1/5$)

C) $(5 \cdot 2 \cdot 1/2)^2 =$ (Rta.= $5^2 = 25$)

1.3. NOTACIÓN CIENTÍFICA:

En un artículo científico puede leerse la siguiente información: “El ser vivo más pequeño es un virus cuyo peso es del orden de 0,000000000000001 mg y el más grande es la ballena azul que pesa cerca de 138000000000 mg”

La **notación científica** es un recurso matemático empleado para simplificar cálculos y representar en forma concisa números muy grandes o muy pequeños. Para hacerlo se usan **potencias de diez** .
Básicamente, la notación científica consiste en representar un número entero o decimal como potencia de diez.
En el sistema decimal, cualquier **número real** puede expresarse mediante la denominada **notación científica** .
Para expresar un número en notación científica identificamos la **coma decimal** (si la hay) y la desplazamos tantos lugares como sea necesario para que el único dígito que quede a la izquierda de la coma esté entre 1 y 9 y que todos los otros dígitos aparezcan a la derecha de la coma decimal.

Es más fácil entender con ejemplos:

2528,05 = 2,52805 • 10^3 (movimos la coma decimal 3 lugares hacia la izquierda hasta que quedó un solo dígito antes de la coma decimal)

0,0000006923 = 6,923 • 10^{-7} (movimos la coma decimal 7 lugares hacia la derecha hasta que quedó un solo dígito distinto de cero antes que la coma decimal) .

Por lo planteado anteriormente se deduce que la cantidad de lugares que debimos mover la coma (ya sea a izquierda o derecha) estará indicando el exponente asignado a la potencia de base 10 (si la coma la corremos tres lugares el exponente es 3, si lo hacemos por 4 lugares, el exponente es 4, y así sucesivamente).

Siempre que movemos la coma decimal hacia la izquierda el exponente de la potencia de 10 será positivo.

Siempre que movemos la coma decimal hacia la derecha el exponente de la potencia de 10 será negativo.

- $1 = 1.10^0$
- $10 = 1.10^1$
- $100 = 1.10^2$
- $1000 = 1.10^3$
- $10000 = 1.10^4$
- $1000000 = 1.10^6$

Ahora a prestar atención para los números pequeños

- $0{,}1 = 1/10 = 1.10^{-1}$
- 0,01(un centésimo) = 1/100 = 10^{-2}
- 0,001 (un milésimo) = 1/1 000 = 10^{-3}
- 0,000 0001(un millonésimo) = 1/1 000 000 = 10^{-6}

Resolvamos paso a paso el siguiente ejemplo, en un informe de EQUISAN.con (http://www.equisan.com/images/pdf/anasan.pdf), se puede leer a siguiente información acerca del análisis de sangre de un equino: "…Existe una gran variabilidad en función del grado de entrenamiento, de la excitación en el momento de la toma de la muestra y sobre todo en función del tipo de raza, en promedio el recuento de glóbulos rojos de una muestra de sangre es de 6.800.000 a 12.9000.000 eritrocitos/microlitro". ¿Cómo quedaría expresado este valor en notación científica? Tomemos primeramente el valor 6.800.000.

Se desplaza la coma decimal hacia la izquierda, de tal manera que antes de ella sólo quede un dígito entero diferente de cero (entre 1 y 9), en este caso el 6.

6,800000
(La coma se desplazó 6 lugares)

El número de cifras desplazada indica el exponente de la potencia de diez; como las cifras desplazadas son 6,

la potencia es de 10^6

El signo del exponente es positivo si la coma decimal se desplaza de derecha a izquierda, y es negativo si se desplaza de izquierda a derecha. (Recuerda que el signo positivo en el caso de los exponentes no se anota; se

6.800.000 es: $6{,}8 \bullet 10^{6}$

¿Te animas a expresar el valor 12.900.000 eritrocitos/microlitro?

Ejemplos para practicar: Expresar en notación científica los siguientes números:

a) 24800000 (Rta.= $2{,}48.\ 10^{7}$)

b) 0,000258 (Rta.= $2{,}58.\ 10^{-4}$)

c) 934500 (Rta.=$9{,}345.\ 10^{5}$)

d) 24,5 (Rta.= $2{,}45.\ 10^{1}$)

e) 138,7 · 10^4 (Rta.=$1{,}38.\ 10^{6}$)

f) 0,0032 · 10^{-5} (Rta.= $3{,}2.\ 10^{-8}$)

Si quieres seguir practicando te dejo este link interactivo:

https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-exponents-radicals/pre-algebra-scientific-notation/e/scientific_notation

1.4. RAZONES Y PROPORCIONES

Una razón es una comparación entre dos o más cantidades. Puede expresarse mediante una fracción. Si las cantidades a comparar son **a** y **b**, la razón entre ellas se escribe como:

$a : b$, a / b ó $\frac{a}{b}$ y se lee "a es a b"

Veamos un ejemplo: Los pacientes A y B toman Meticorten de 5 mg, la dosificación es la siguiente

PACIENTE A: $\frac{3}{4}$ de tableta   PACIENTE B: $\frac{12}{16}$ de tableta.

¿Cuál paciente recibe más cantidad de medicamento?

PACIENTE A: $\frac{3}{4}$ PACIENTE B: $\frac{12}{16}$ Simplificando la facción= $\frac{3}{4}$

Ambos reciben “la misma cantidad”.

1.4.1. Aplicaciones de las proporciones

Las proporciones tienen múltiples usos y aplicaciones. Las más importantes son la regla de tres simple o compuesta y los porcentajes.

La regla de tres es un mecanismo que permite la resolución de problemas vinculados a la proporcionalidad entre tres valores que se conocen y un cuarto que es una incógnita. Gracias a la regla, se puede descubrir el valor de este cuarto término. Esta regla puede ser directa o inversa, según cómo sea la relación de proporcionalidad entre las magnitudes que la conforman.

Repasemos la regla de tres simple directa: Para hacer una regla de 3 simple **necesitamos 3 datos**: dos magnitudes proporcionales entre sí, y una tercera magnitud. A partir de estos, **averiguaremos el cuarto término** de la proporcionalidad.

$$\left.\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array}\right\} \Rightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

Ahora es el turno de los porcentajes…

Un porcentaje es la razón entre un número y el 100. La representación habitual consiste en escribir dicho número seguido del símbolo %, por ejemplo, el porcentaje 17% representa la razón 17/100, de manera similar, el «treinta y dos por ciento» se representa mediante *32 %* y significa ‘treinta y dos de cada cien’.
La comparación con el 100 hace que la relación entre los dos números tenga una interpretación más sencilla, pero no es un concepto nuevo, sino un caso particular de las proporciones.

Para obtener un tanto por ciento de un número simplemente se multiplica.

Por ejemplo, el 25 % de 150 lo podríamos calcular así:

$$\begin{rcases} 100\% & \longrightarrow & 150 \\ 25\% & \longrightarrow & x \end{rcases} \rightarrow \quad x = \frac{150 \cdot 25\%}{100\%} = 37,5$$

Por tanto: 37,5 es el 25 % de 150.

Trabajemos con los siguientes casos:

Situación I: La artritis es un problema de las articulaciones que puede reducir la movilidad y causar dolor. A menudo presente en los perros viejos, la artritis puede ser causada por lesión, infección, el sistema inmunológico del cuerpo mismo, o problemas de desarrollo.
Llega a la consulta veterinaria un canino adulto con artritis, se le recomienda tomar Feldene 5mg (vía oral) cada día en una sola dosis. La pastilla de Feldene contiene 20 mg. ¿Qué fracción de la pastilla debe tomar el paciente?

$$\frac{20\ mg}{1\ pastilla} = \frac{5\ mg}{x}$$

$$x = \frac{1\ pastilla\ \times 5\ mg}{20\ mg}$$

$$x = \frac{1}{4}\ pastilla$$

Situación II: En un prospecto se lee la siguiente información:
BAYTRILUNO 100 mg/mL SOLUCIÓN INYECTABLE PARA BOVINO Y PORCINO
¿Si a una vaca se le inyectan 20 ml cuantos mg de Baytriluno se incorporan?
De acuerdo a la información del prospecto por cada 1 mL hay contenidos 100 mg de la droga; a eso lo expresaremos:

En 1 mL ——— 100 mg

Pero como a nuestro animal se le inyectan 20 mL ——— x

$$X = \frac{20\ \mathrm{mL}\ .100\ \mathrm{mg}}{1\ \mathrm{mL}} = 2000\ \mathrm{mg}$$

Necesito tu opinión…
¿Alcanzaría con un frasco de 250 mL para tratar dos toros que necesitan 5000 mg cada uno, dos veces por semana?

A 200 pacientes con dolor de cuello se les asignó distintos tratamientos. El 47 % de ellos recibió cuidado con fisioterapia, el 38 % hizo ejercicio, el resto de pacientes fueron tratados con medicamentos. En base a esta información calcular:

a) Cuántos pacientes fueron tratados con fisioterapia

$$\frac{47}{100} \times 200 = 94\ pacientes$$

b) Cuántos pacientes hicieron ejercicios

$$\frac{38}{100} \times 200 = 76\ pacientes$$

c) Cuántos pacientes fueron tratados con medicamentos

$$\frac{15}{100} \times 200 = 30\ pacientes$$

Y ahora, para que ya te vayas acostumbrando, te propongo otro caso de medicina veterinaria para seguir practicando…

A) A un gato se le administra 2 cucharaditas (de 5 mL cada una) una en la mañana y otra en la noche de un antiparasitario cuya presentación comercial indica 125 mg/ 5 mL ¿Cuántos mg antiparasitarios recibe en tres días? (Rta. 750 mg)

B) El médico indica que se administre a un paciente 3,5 g de un medicamento al día, si dicho medicamento viene en la siguiente presentación 10000 mg/ 100 mL ¿Cuántos mililitros se le debe administrar por toma si le tiene que administrar a las 8 am y 8 pm? (2 tomas al día) (Rta. 17,5 mL en cada toma)

C) Utilice la información de la siguiente etiqueta que corresponde a un alimento de gallinas y conteste a) ¿Cuántos gramos de proteínas se tiene en 50 g de alimento? (Rta. 9,5 g) b) ¿Cuántos gramos fósforo total se tiene en 200 g de alimento? (Rta. 1,2 g)

2. ECUACIONES

Al finalizar el módulo habremos repasado:

• Cómo plantear las ecuaciones de primer y segundo grado en casos concretos

• La forma de encontrar las soluciones de las ecuaciones dadas

El álgebra (denominación que tiene su origen en el idioma árabe, que se podría traducir como restauración o reintegración, ya que fueron los árabes los que desarrollaron y promovieron su avance), se caracteriza porque usa símbolos, principalmente letras, en lugar de algunos valores numéricos; también utiliza números y otros signos que representan operaciones matemáticas, diferenciándose

así de la aritmética, vocablo de origen griego (ariqmo) el cual significa número y con la que hemos venido trabajando en las unidades anteriores.
En el álgebra se representan incógnitas, variables, coeficientes constantes o independientes, que se relacionan entre sí dando lugar a expresiones algebraicas o ecuaciones.
Los matemáticos árabes estaban interesados en las operaciones de resolución lógica, e inventaron el álgebra con la intención de poder razonar utilizando la lógica, donde lo importante era el razonamiento y no los valores numéricos per se, entonces las expresiones matemáticas o fórmulas con las que trabajaban contenían símbolos y no números solamente, puesto que lo que buscaban era poder potenciar el razonamiento más allá de los valores numéricos.
El álgebra también se extendió hacia la antigua Grecia, allí los griegos usaron el álgebra para expresar ecuaciones y teoremas a modo de ejemplo se puede citar el muy conocido teorema de Pitágoras.
Es innegable la importancia que revisten las ecuaciones matemáticas en todos los aspectos y disciplinas de la ciencia y de la tecnología.
A menudo es necesario resolver una fórmula para conocer el/los valores numéricos de una letra o símbolo que aparecen en ella. En la práctica es necesario plantear ecuaciones para ser resueltas y no siempre es fácil identificar la información que nos lleva a la ecuación. Los problemas de aplicación no vienen en forma “resuelva la ecuación”, sino que son relatos que suministran información suficiente para resolverlos y debemos ser capaces de traducir una descripción verbal al lenguaje matemático.
Las operaciones matemáticas que se plantean con números exclusivamente, es decir suma, resta, producto, división, potenciación y radicación, se conocen como **operaciones algebraicas** mientras que cuando se plantea cualquier combinación de números y letras se habla de una **expresión algebraica**. Por lo expresado anteriormente se deduce que cuando “se traduce o plantea” un determinado problema al lenguaje algebraico, da como resultado una o más expresiones algebraicas, que se resolverán a través de una serie de operaciones en las que intervendrán números y letras que serán en general a las que se denominan **variables o incógnitas**.
Las partes de una expresión algebraica separadas por los signos + (más) o - (menos) se llaman **términos** de la expresión**.** Término es entonces una cantidad aislada o separada de otras por el signo + o **-**.

Una ecuación es una igualdad en la que aparecen números y letras ligadas mediante operaciones algebraicas. Las letras, cuyos valores son desconocidos, se llaman incógnitas.

Nota: Las incógnitas se representan en general por las últimas letras del alfabeto, las llamaremos x, y, z.

Observemos en este ejemplo las partes de una ecuación:

$$\overbrace{15\,x + 9}^{\textbf{Primer miembro}} \quad = \quad \overbrace{x - 10}^{\textbf{Segundo miembro}}$$

Términos algebraicos o términos en “x”

Si bien existen diversos tipos de ecuaciones, como lo son las algebraicas, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, particularmente nos abocaremos a las ecuaciones algebraicas o polinómicas con una incógnita.

2.1. ECUACIONES POLINÓMICAS DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Las ecuaciones polinómias pueden clasificarse según su grado. El grado está dado por el mayor exponente al que está elevada la incógnita.

Las ecuaciones polinómicas de primer grado (o lineales) con una incógnita tienen la forma:
a x + b = 0, siendo a y b números reales con “**a”** distinto de 0.

Se dice de **primer grado** porque la incógnita sólo aparece elevada a la potencia uno. Así:

$7\,x - 63 = 0 \Rightarrow$ es una ecuación de primer grado

$\frac{2x}{5} - 2 = \frac{1x}{4} + 4 \Rightarrow$ también es una ecuación de primer grado, aunque como se puede ver, no es de la forma dada en la definición del recuadro anterior, pero operando algebraicamente se logra despejar su incógnita. Veamos los pasos necesarios:

agrupamos todas las incógnitas en solo miembro y los números solos en otro

$$\frac{2x}{5} - \frac{1x}{4} = 4 + 2$$

luego sacamos común demoninador en la suma de fracciones y resolvemos

$$\frac{8x-5x}{20} = 6 \Rightarrow \frac{3x}{20} = 6$$

luego el número “20” que está dividiendo pasa al otro miembro multiplicando

$$\Rightarrow \quad 3\,x = 6 \,.\, 20$$

y el “3” que multiplica a la incógnita pasará al otro miembro dividiendo

$$X = \frac{120}{3} \Rightarrow x = 40$$

Otro ejemplo, ahora ya más agilizados los pasos, nos proponemos hallar la incógnita en la siguiente ecuación:

$20\,x + 3 = 14\,x - 9$ (es importante que vayas reconociendo el mecanismo)

$20\,x - 14\,x = -9 - 3 \quad \Rightarrow$

$6\,x = -12 \quad \Rightarrow$

$x = -12/6 \quad \Rightarrow \quad x = -2$ es la solución

Nota: Para asegurar que el valor encontrado es la solución buscada, es conveniente verificar en la ecuación original, para ello se reemplaza, en lugar de la incógnita se coloca el valor obtenido y se verifica que ambos miembros de la ecuación den el mismo número. A la solución también se le llama **raíz de la ecuación**.

Verifiquemos, dada la ecuación inicial: $20\,x + 3 = 14\,x - 9$, reemplazamos entonces "x" por (-2) lo que nos quedaría: $20.\,(-2) + 3 = 14.\,(-2) - 9$

$-40 + 3 = -28 - 9$

$-37 = -37$

3) Resolver:

$$\frac{5-x}{5x-9} = \frac{3-x}{5x-2}$$

La llevamos a una ecuación de primer grado haciendo:

$(5 - x)\,(5x - 2) = (3 - x)\,(5x - 9)$

Aplicamos propiedad distributiva:

$25x - 10 \cancel{- 5x^2} + 2\,x = 15x - 27 \cancel{- 5x^2} + 9\,x$

$25\,x + 2\,x - 15\,x - 9\,x = -27 + 10$

$3\,x = -17 \qquad x = \dfrac{-17}{3}$ es la raíz de la ecuación.

Queda para el lector verificar el resultado.

Ahora a trabajar!!!

A) $-14 + 3\,(3\,x - 5 + 7\,x) = 2\,x - 1$ (Rta. $x= 1$)
B) $2\,(4 + x) - (6 - 7\,x) = 11\,x - (1 + 5\,x)$ (Rta. $x= -1$)
C) $5\,(-1 + 2\,x) - (5 - x) = 2\,(x - 1) - 4\,(1 - x)$ (Rta. $x= 4/5$)

2.2. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

Un **sistema de ecuaciones lineales** es un conjunto de ecuaciones (lineales) que tienen más de una incógnita. Las incógnitas aparecen en varias de las ecuaciones, pero no necesariamente en todas. Lo que hacen estas ecuaciones es relacionar las incógnitas entre sí. Un ejemplo de estos sistemas lo constituye el siguiente caso:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 78 \\ 4x + y = 54 \end{cases}$$

La ecuación $3x + 2y = 78$ tiene infinitas soluciones. Por ejemplo: $x = 0$, $y = 39$; o bien $x = 10$, $y = 24$; $x = 30$, $y = -6$; ....
La ecuación $4x + y = 54$ también tiene infinitas soluciones. Por ejemplo: $x = 0$, $y = 54$; $x = 10$, $y = 14$; $x = 6$, $y = 30$; ....
De todas estas infinitas soluciones de cada ecuación, sólo hay una que coincide en ambas: $x = 6$, $y = 30$. Esta es la **solución del sistema** y para hallarla existen diferentes métodos; recordemos algunos:

2.2.1.Método de reducción:

Este método consiste en operar entre las ecuaciones como, por ejemplo, sumar o restar ambas ecuaciones, de modo que una de las incógnitas desaparezca. Así, obtenemos una ecuación con una sola incógnita.

Sea el sistema

$$\begin{cases} 2,5\,x + y = 7 & (1) \\ 6x - 8y = 48 & (2) \end{cases}$$

Si multiplicamos ambos miembros de la primera ecuación (1) por 8, resulta:

$$\begin{matrix} 2,5\,x + y = 7 \;\Rightarrow\; \text{por } 8 \;\Rightarrow \\ 6\,x - 8\,y = 48 \end{matrix} \begin{cases} 20\,x + 8\,y = 56 \\ 6\,x - 8\,y = 48 \end{cases}$$

Sumando miembro a miembro ambas ecuaciones, eliminamos la incógnita “y”:

$26\,x = 104 \;\Rightarrow\; x = 104 : 26 = 4$

Reemplazando este valor de x en una de las ecuaciones originales, por ejemplo en (1), obtenemos el valor de la otra incógnita “y”:
$2,5 \cdot 4 + y = 7 \;\Rightarrow\; y = 7 - 10 = -3$ por lo tanto la solución es: $x = 4$; $y = -3$

Este mismo sistema se podría resolver eliminando la incógnita “x” y luego sustituyendo y en cualquiera de las ecuaciones originales.

2.2.3. Método de sustitución:

Consiste en despejar o aislar una de las incógnitas (por ejemplo, x) y sustituir su expresión en la otra ecuación. De este modo, obtendremos una ecuación de primer grado con la otra incógnita, y. Una vez resuelta, calculamos el valor de x sustituyendo el valor de y que ya conocemos.

Sea el sistema:

$$\begin{cases} 6x + 4y = 156 & (1) \\ 2x + y = 30 & (2) \end{cases}$$

de la ecuación (2) expresamos “y” en función de “x”:
$y = 30 - 2\,x$ (3)
sustituimos “y” en la ecuación (1) por esta expresión:

$6x + 4\,(30 - 2x) = 156$

Resolvemos esta ecuación con una incógnita:

$6x + 120 - 8\,x = 156$

$6x - 8x = 156 - 120 \quad \Rightarrow \quad -2x = 36$ y por lo tanto $x = -18$

Este valor de "x" hallado se sustituye en la ecuación (3) que es aquella en la que aparecía despejada "y": $y = 30 - 2.\,(-18) \Rightarrow \quad y = 30 + 36 \quad \Rightarrow \quad y = 66$

La solución es por lo tanto $x = -18$; $y = 66$

Sistemas de ecuaciones con infinitas soluciones.

Dado el sistema: $\begin{cases} 12x + 20y = 16 & (1) \\ 36x + 60y = 48 & (2) \end{cases}$

Se puede observar que las dos ecuaciones son prácticamente la misma: una de ellas es la otra multiplicada por un número, es decir la ecuación (2) es como si hubiéramos multiplicado a la (1) por el número 3. En este caso, las infinitas soluciones de una serán también soluciones de la otra. El sistema tiene infinitas soluciones y se llama sistema compatible indeterminado.

Sistemas de ecuaciones sin solución:

Sea el sistema $\begin{cases} x - 6\,y = 4 \\ x - 6\,y = 2 \end{cases}$

En él se puede observar que si $(x - 6y)$ es igual a 4, es imposible que $(x - 6y)$ también sea igual a 2. Por lo tanto, no es posible encontrar una solución común a ambas ecuaciones. El sistema no tiene solución y se llama incompatible.

A trabajar!!!

A) $\begin{cases} 2\,x + 4\,y = 0 \\ x - 2\,y = 4 \end{cases}$ (Rta. x = 2, y = -1)

B) $\begin{cases} 3\,x + 2\,y = 11 \\ 4\,x - 5y = 7 \end{cases}$ (Rta. x = 3, y = 1)

C) $\begin{cases} 3\,x - 2\,y = 19 \\ x = 2\,y + 5 \end{cases}$ (Rta. x = 7 , y = 1)

2.3. ECUACION ALGEBRAICA DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

Llamamos ecuación algebraica de segundo grado a la ecuación: $ax^2 + bx + c = 0$ con a, b, c números reales y $a \neq 0$

$a\,x^2 + bx + c = 0$

ax^2 es el término cuadrático y a su coeficiente

b x es el término lineal y b su coeficiente

c es el término independiente

Se llama **discriminante** (simbolizado con la letra griega Δ), a la siguiente expresión $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

El signo de "Δ" nos permite conocer el tipo de soluciones de la ecuación:

- Si $\Delta>0$, hay dos soluciones reales distintas.
- Si $\Delta=0$, hay dos soluciones reales iguales.
- Si $\Delta<0$, no hay soluciones reales (hay dos soluciones complejas distintas).

Para resolver las ecuaciones cuadráticas y poder hallarla, las agruparemos en tres casos posibles, los que analizamos a continuación:

Caso 1

Si $b\neq0$ y $c\neq0$, se dice que la ecuación es **completa** y sus soluciones las proporciona la fórmula llamada "resolvente o de Bahskara"

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Ahora veremos los siguientes casos, las ecuaciones se dice que son **incompletas.**

Caso 2

Si $b=0$, la ecuación es de la forma: $ax^2 + c = 0$

$x = \pm\sqrt{-c/a}$ (siendo **c** o **a** es un número negativo)

Caso 3

Si $c=0$, la ecuación es de la forma: $a\,x^2 + b\,x = 0$

Para resolverla sacamos factor común x: $x\,(a\,x + b) = 0$

Entonces, para que el producto anterior valga 0, hay 2 opciones:

$$x = 0 \quad ó \quad (ax + b) = 0$$
$$\downarrow$$
$$x = -b/a$$

Las raíces o soluciones de la ecuación son entonces: $x_1 = 0$ y $x_2 = -b/a$

 Ahora a lo nuestro... ¿Cómo aplicamos la fórmula para resolver ecuaciones?

Distinguimos los coeficientes
Sustituimos en la fórmula con el valor de cada coeficiente
Realizamos las operaciones indicadas
Calculamos las raíces (si es que existen) considerando por un lado suma de la raíz del discriminante y por el otro la resta.

2.3.1 Resolución

Veamos algunos ejemplos:
Resolver la ecuación $x^2 - 9x + 8 = 0$

Los coeficientes son: $a = 1$; $b = -9$ y $c = 8$

Aplicando la fórmula resolvente con los coeficientes que corresponden queda:

$$x = \frac{-(-9) \pm \sqrt{(-9)^2 - 4.1.8}}{2.1} =$$

Resolviendo las operaciones propuestas nos quedaría:

$$\frac{9 \pm \sqrt{81-32}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{9 \pm 7}{2}$$

Una de las raíces se calcula si hacemos: $x_1 = \frac{9+7}{2} = \frac{16}{2} = 8$ y la otra con

$$x_2 = \frac{9-7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

Seguimos practicando…
Hallar el valor de la incógnita en este caso:

1) $11x^2 - 10x - 1 = 0$ como vemos $a = 11$; $b = -10$ y $c = -1$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4.11.(-1)}}{11}$$

las raíces son: $x_1 = -1/11$; $x_2 = 2$

2) $x^2 - 3x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4.1.6}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-15}}{2}$$

No tiene soluciones reales pues $\sqrt{-15}$ no es un número real.

3) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-4.4.1}}{8}=\frac{3\pm\sqrt{0}}{8}$$

las raíces son: $x_1 = -1/2$; $x_2 = -1/2$

1) $x^2 - 5x - 11/4 = 0$

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25+11}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{36}}{2} \qquad \Delta > 0$$

$x_1 = -1/2$; $x_2 = 11/2$

2) $2x^2 - 3x + 10 = 0$

$$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9-80}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{-71}}{4}$$

4

$\Delta < 0$ no tiene soluciones reales

3) $3x^2 + 12x + 12 = 0$

$$x_{1,2}=\frac{-12\pm\sqrt{144-144}}{6}=\frac{-12\pm\sqrt{0}}{6} \qquad \Delta = 0$$

$x_1 = x_2 = -2$

Resolver las siguientes ecuaciones:

A) $(2X + 6) \cdot (1 + 2X) = 0$ (Rta. $x_1 = -3$, $x_2 = -1/2$)

B) $\frac{5 \cdot 10^{6}}{X} = \frac{4X}{2 \cdot 10^{-5}}$ (Rta. $x_1 = 5$, $x_2 = -5$)

C) $6X = -4 - 2X^2$ (Rta. $x_1 = -2$, $x_2 = -1$)

3. FUNCIONES

Al finalizar el módulo habremos repasado cómo:

- Desarrollar diferentes formas de expresión de función lineal y cuadrática
- Representar gráficamente funciones en ejes cartesianos
- Interpretar los contenidos en la resolución de problemas
- Diversas estrategias para la resolución de situaciones problemáticas

En matemáticas, cuando el valor de una magnitud depende de otra, decimos que la primera ***está en función*** de la segunda. Fue el físico y matemático suizo *Leonhard Euler* quien introdujo la noción de **función matemática**, refiriéndose a ella como *f(x).*

Las funciones son un concepto importante de la matemática actual ya que es una herramienta necesaria para describir, analizar, sacar conclusiones e interpretar diversas situaciones de otras ciencias o de la matemática misma a través de gráficos, tablas y fórmulas.

Es importante conocer la diferencia entre **una relación** y **una función**.
Una **relación** es **una correspondencia** de **elementos entre dos conjuntos**.
Una función es una **relación** en donde a **cada elemento de un conjunto (A) le corresponde uno y sólo un elemento de otro conjunto (B).**

Dado un conjunto **X** y un conjunto **Y**, una función de X en Y es una relación que cumple con las condiciones de **existencia** y **unicidad**

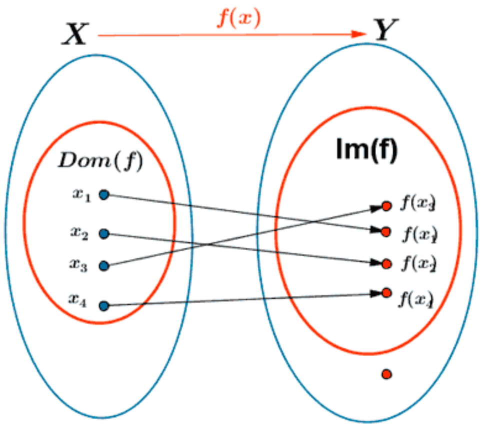
La definición anterior puede sintetizarse diciendo que **para todo elemento de X existe un único elemento de Y** con el cual se relaciona.

EXISTENCIA ⟶ **Todos** los elementos de **X tienen su correspondiente elemento en Y**

UNICIDAD ⟶ A cada elemento de X le corresponde **un y sólo un** único elemento de Y

Todas las funciones tienen un dominio y una imagen.

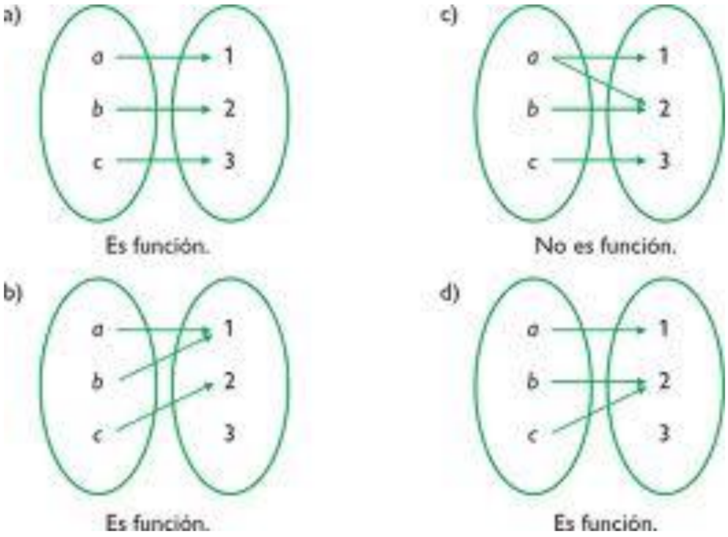
Se llama **dominio (Dom (f))** al conjunto formado por todos los valores que puede tomar la variable independiente



Conjunto de partida Conjunto de llegada

Se llama **imagen (Im(f))** al conjunto de valores de y que están asociados a cada elemento x.

Veamos a continuación 4 casos de relaciones planteadas entre conjuntos y analicemos en base a las consideraciones vistas cuál de ellas corresponde a funciones:

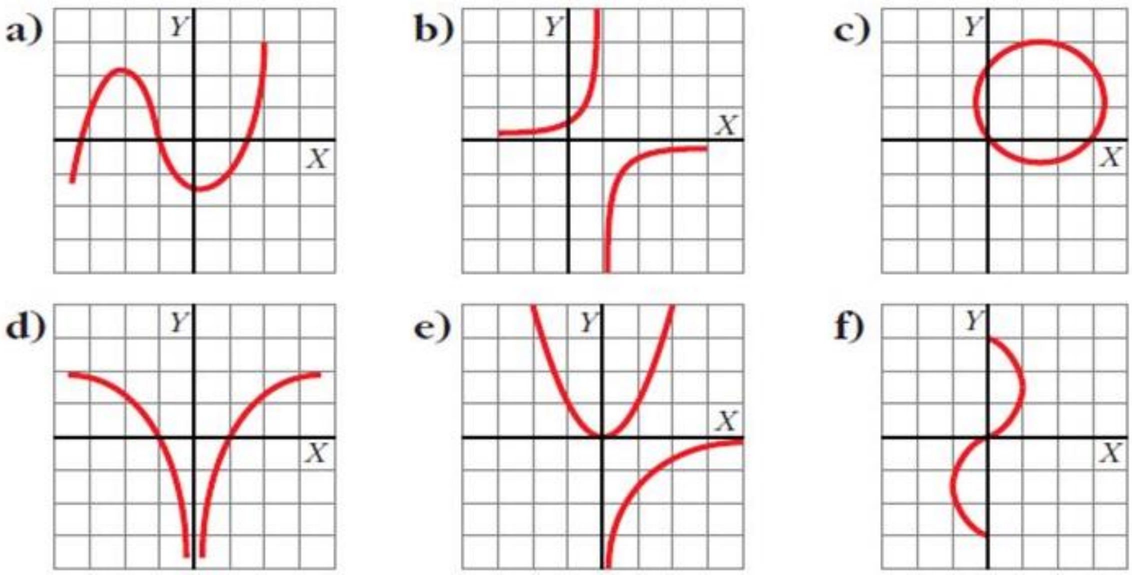


La representación gráfica de una función se hace sobre un plano cartesiano.

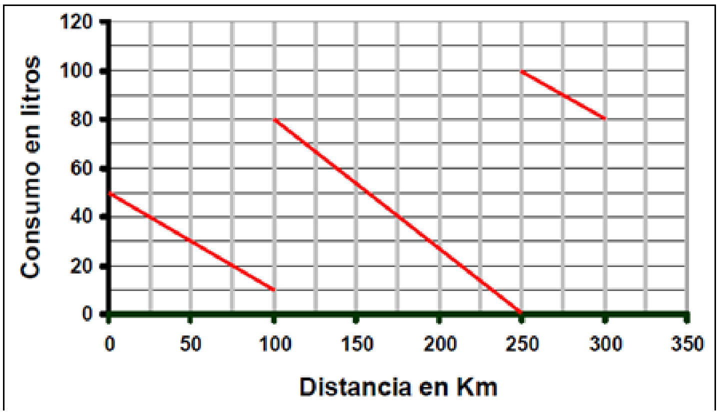
A comprobar si entendimos!!!

¿Te animás a indicar cuál de las siguientes relaciones son funciones?

Ayuda: trazá rectas verticales y observá cuántos puntos de corte tiene cada recta con la gráfica; si es más de uno no es una función.

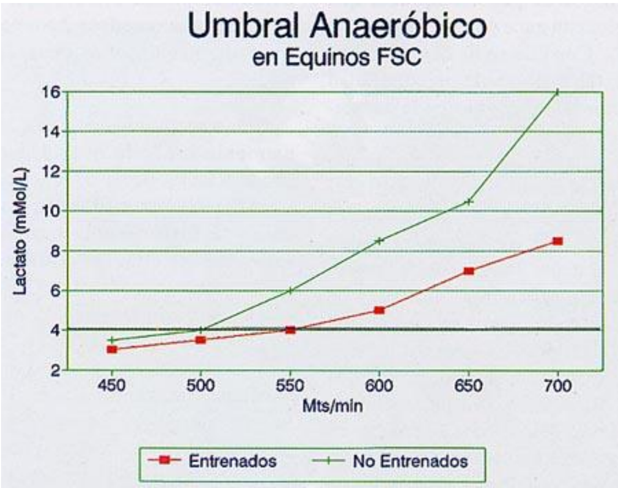


Para ir al campo que tiene la Facultad, llamado UDEP, el chofer que transporta a los estudiantes, verificó el contenido de gasoil que hay en el depósito del colectivo y vio que su variación viene representada por la siguiente gráfica:



a) ¿Cuántos litros tenía el depósito de combustible del colectivo al salir?
b) Si recorrió una distancia de 25 Km ¿Cuántos litros consumió?
c) ¿Cuántas veces el conductor cargó gasoil? ¿Qué distancias tenía recorridas?
d) ¿En algún momento se quedó sin combustible? ¿Cuántos Km había recorrido?

En la gráfica se observa la producción promedio de lactatos de tres equinos entrenados sobre un treadmill durante un mes, 5 veces por semana, por 10 minutos cada vez, y otro grupo sin entrenamiento.



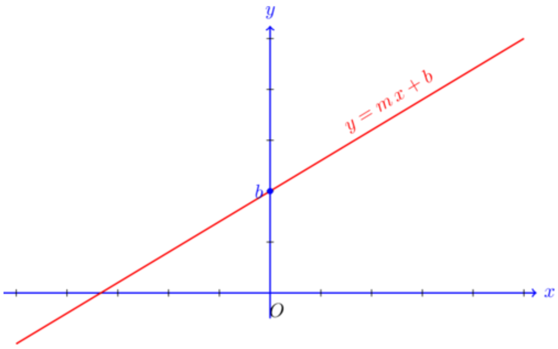
http://web.uchile.cl/vignette/tecnovet/CDA/tecnovet_articulo/0,1409,SCID%253D9552%2526ISID%253D457,00.html

a) ¿Qué velocidad alcanzan los equinos entrenados cuando la concentración de lactatos es de 4 mMoles/L?
b) Cuando la concentración de lactatos es de 8 mMoles/L, ¿qué velocidad alcanza cada grupo?

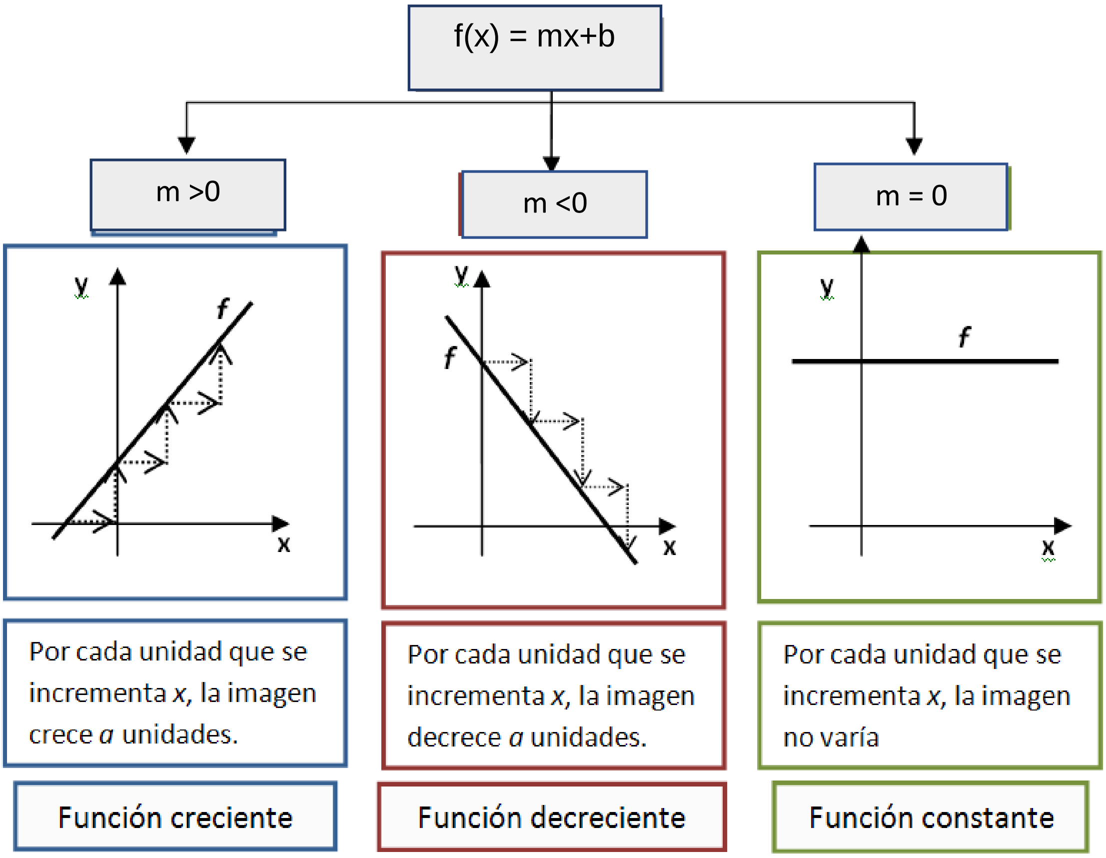
3.1. FUNCIÓN POLINÓMICA DE GRADO 1 (Función afín)

La función afín es una *función polinómica de grado 1*. Las funciones de la forma

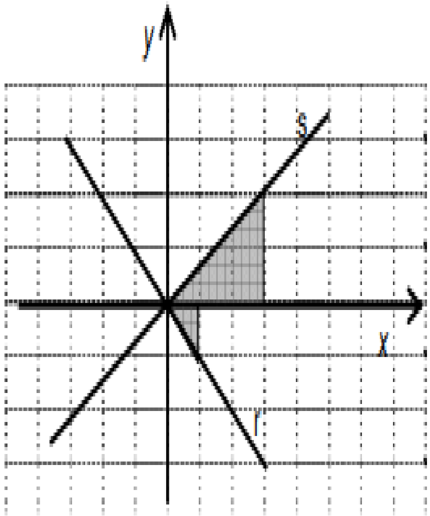
f(x) = mx+b, se denominan **funciones afines**.
La relación de *m* y *b* con la posición de la recta es la siguiente **m (en algunos casos puede aparecer como "a")** es el *coeficiente del término lineal*, gráficamente representa la *"pendiente"* de la recta y **b** es el *término independiente* que coincide con la ordenada al origen y señala la ordenada del punto donde la recta corta al eje de las ordenadas.



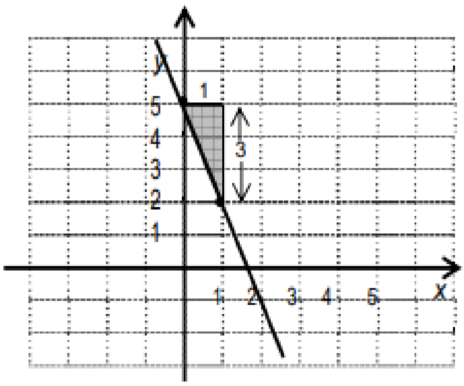
Veamos las posibilidades que toma la gráfica según sea el coeficiente del término lineal o pendiente



Como dijimos anteriormente, la inclinación de cada recta viene dada por su pendiente, **m**, que es el aumento o disminución que experimenta la variable **"y"** cuando la variable **"x"** aumenta una unidad. Dada la gráfica de la recta s, se puede calcular la pendiente, observamos que pasa por (0,0) y por (3 La inclinación de cada recta viene dada por su pendiente, m, que es el aumento o disminución que experimenta la variable y cuando la variable x aumenta una unidad. Dada la gráfica de la recta s, se puede calcular la pendiente, observamos que pasa por (0,0) y por (3,2). Es decir cuando x avanza 3 unidades, y sube 2. La pendiente de la recta s es 3/2 , su ecuación y = 3/2 x,2). Es decir cuando x avanza 3 unidades, y sube 2. La pendiente de la recta s es $\frac{3}{2}$ y su ecuación será: y $= \frac{3}{2}$ x



ecuación de la recta r, es y = −x porque cuando x avanza 1, y baja 1, o sea $\frac{1}{-1}$



Un " truco" para graficar una recta usando "m" y " b", por ejemplo, para graficar la recta y = −3x + 5

Marcar el valor de b (ordenada al origen) sobre el eje y, es decir el punto (0,5).

A partir de ese punto, como la pendiente es – 3 = − 3/1, se toma una unidad a la derecha y 3 unidades hacia abajo, así se obtiene el punto (1,2). Uniendo ambos puntos obtenemos la gráfica deseada.

También puedes construir una recta a partir de una tabla de valores, no importa la cantidad de datos, sólo bastan 2 puntos (que puedes obtener dando valores a "x" en la ecuación y calculando el respectivo "y") para trazar la recta en un sistema de ejes x-y.

EJERCITACIÓN:

Representar las rectas indicadas a continuación:

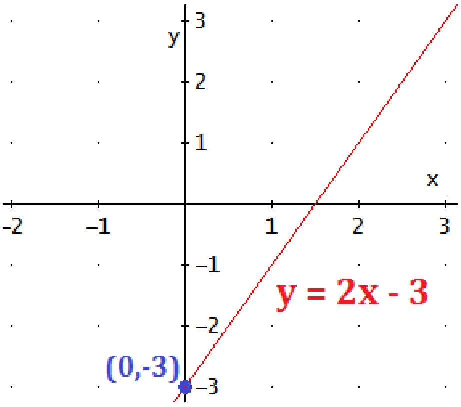
a) y = 2 x + 6

b) y = -3 x + 2

c) y = 1/2 x - 1

Ecuación de la recta a partir de la pendiente y ordenada al origen

Para encontrar la ecuación de la recta con pendiente m = 2 y ordenada al origen b= -3, debemos sustituir en la ecuación general y = mx + b, los valores que ahora son conocidos, nos quedaría y = 2 x -3, cuya gráfica sería:



Ecuación de la recta a partir de la pendiente "m" y un punto (x_1 , y_1) dado.

Supongamos que tenemos como datos que la pendiente m = 3 y el punto P_1: (2; 1)
Los valores de "x" e "y" del punto cumplen con la ecuación de dicha recta, reemplacemos entonces los valores de los datos conocidos en la ecuación general vista:

$$y = m\,x + b$$
$$1 = 3 \,.\, 2 + b$$
$$1 - 6 = b$$
$$-5 = b$$

Como la pendiente m = 3 (que era un dato) y la ordenada al origen "b" es b = - 5, por lo tanto la ecuación general buscada será y= 3 x – 5
La siguiente fórmula permite encontrar la ecuación de la recta.
Remplazando el valor de "m" y las coordenadas **(x_1 , y_1)** de "P_1" en la fórmula obtenemos:

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 1 = 3\,(x - 2) \quad \text{(aplicamos propiedad distributiva)}$$

$$y - 1 = 3x - 6 \quad \text{(ahora despejamos" y")}$$

$$y = 3x – 6 + 1$$

$$y = 3\,x – 5$$

Ecuación de la recta que pasa por dos puntos dados

Sean P (x_1, y_1) y Q (x_2, y_2) dos puntos de una recta. En base a estos dos puntos conocidos de una recta, es posible determinar su ecuación.
Luego, la ecuación de la recta que pasa por dos puntos es:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

que también se puede expresar como

$$y-y_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$$

Ejemplo: Determinar la ecuación de la recta que pasa por los puntos P:(1,2) y Q:(3,4)

$\frac{y-2}{x-1}=\frac{4-2}{3-1}$ por lo que si resolvemos nos quedará $\frac{y-2}{x-1}=\frac{2}{2}=1$,

haciendo pasaje de términos: $y - 2 = x – 1$, luego despejando:

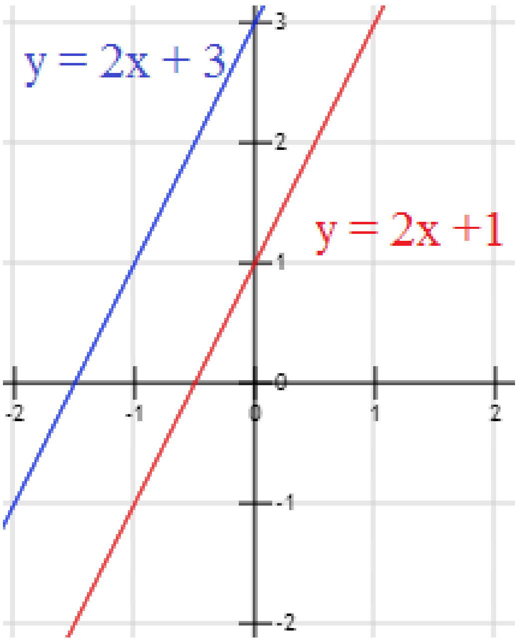
$y = x – 1 + 2$ Por lo tanto la ecuación de la recta será $y = x + 1$

¿Te animás a resolver el siguiente ejemplo?

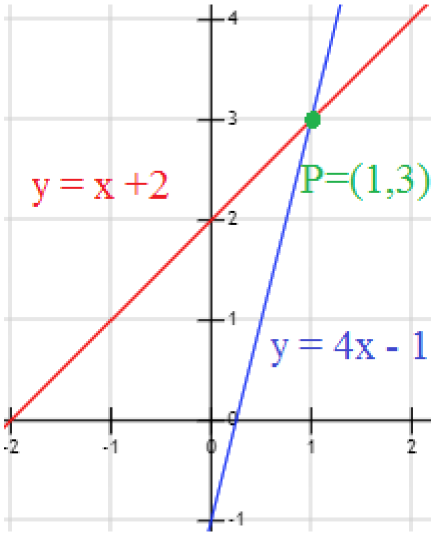
Hallar la ecuación de la recta que pasa por A: (1,3) y B: (2,-5)

3.1.1. Rectas Paralelas

Dos rectas no verticales en un plano son paralelas si tienen la misma pendiente.
Las rectas y=2x+1 e y=2x+3 son paralelas (nunca se cortan) como puedes ver en sus ecuaciones, ambas tienen el mismo valor de pendiente.

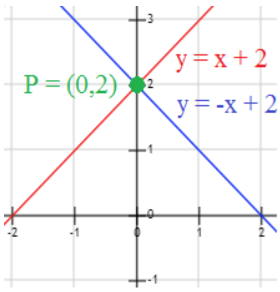


Las rectas y = x+2 e y = 4x−1 no son paralelas



3.1.2. Rectas Perpendiculares

Las rectas perpendiculares son dos o más rectas que se intersectan formando un ángulo de 90°, así dos rectas no verticales son perpendiculares si la pendiente de una es el recíproco negativo de la pendiente de la otra. Si la pendiente de la primera ecuación es m = 4, entonces la pendiente de la segunda ecuación será m = -1/4 porque las rectas son perpendiculares.
En el siguiente ejemplo, las rectas y=x+2 e y=−x+2 son perpendiculares:



A) Dadas las rectas

a: y = −3x + 5
b: y = x/3 + 2
c: y = −3x + 1

Representarlas rectas y verificar las siguientes afirmaciones:

- La recta “a” y la recta “c” son paralelas porque tienen la misma pendiente.
- La recta “b” es perpendicular a las rectas “a y c” porque tiene pendiente inversa y de signo contrario.

B) Sin representar las siguientes rectas, determinar cuáles son paralelas y/o perpendiculares entre sí:

a: $y = 3x - 2$
b: $y = -3x + 2$
c: $y = 2x + 1$
d: $y = 2x - 5$
e: $y = 1/3\, x + 8$
f: $y = -1/2\, x + 9$

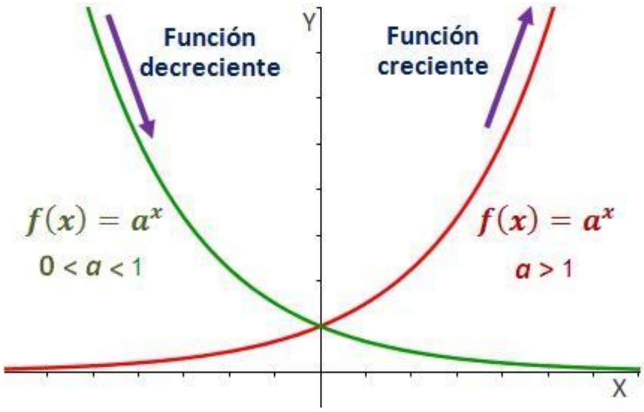
C) Dada la pendiente "m" y un punto p: $(x_1; y_1)$ Armar la ecuación de la recta. Luego dar la ecuación de una recta paralela (**//**) y una perpendicular ($\perp$) a cada una.

a) $m = -2$ p: (3; -1) Rta: $y = -2x + 5$
b) $m = 3$ p: (0; 1) Rta: $y = 3x + 1$

VAMOS LLEGANDO AL FINAL…

FUNCIONES EXPONENCIALES

Como sabrás, hay dos tipos de funciones exponenciales, las crecientes (en rojo) y las decrecientes (en verde) según la base "a" sea mayor que 1 o esté comprendida entre 0 y 1.



La función exponencial sirve para describir cualquier proceso que evolucione de modo que cualquier aumento (o disminución) en un pequeño intervalo de tiempo sea proporcional a lo que había al comienzo del mismo.
Veamos algunos ejemplos:
- Crecimiento de poblaciones.

Modelos de crecimiento

Una población que experimenta crecimiento exponencial crece según el modelo.

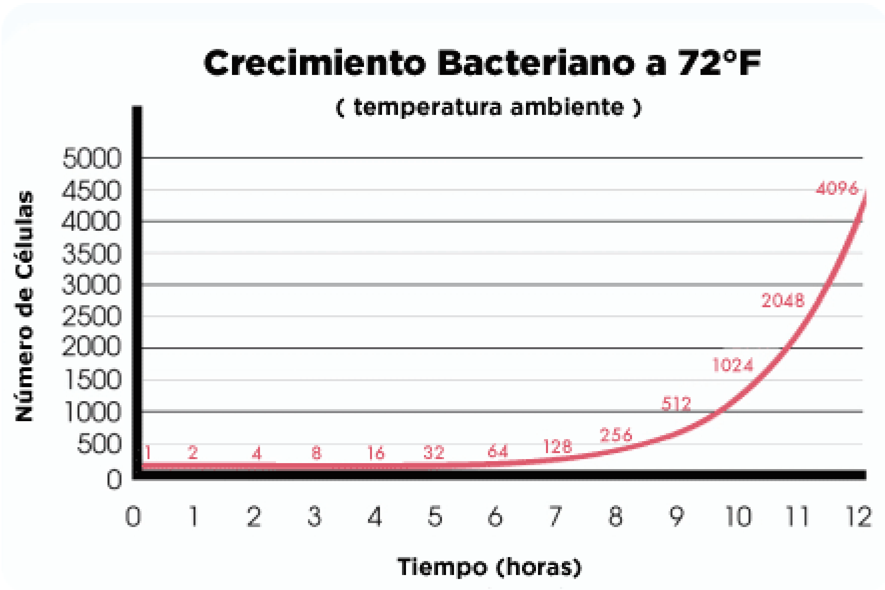
$$n(t) = n_0 e^{rt}$$

donde:

- $n(t)$ = Población en un tiempo t
- n_0 = Tamaño inicial de la población
- r = Tasa relativa de crecimiento (expresada como una proporción de la población)
- t = Tiempo

El crecimiento de una población es el aumento del número de células como consecuencia de un crecimiento individual y posterior división. Esto ocurre de una manera exponencial. El crecimiento exponencial es una consecuencia del hecho de que cada célula se divide dando dos células.

La velocidad del crecimiento exponencial se expresa como el tiempo de generación "G", y este se define como el tiempo que tarda una población en duplicarse, los tiempos de generación varían ampliamente entre los distintos microorganismos.



La gráfica anterior muestra que las bacterias se duplican cada hora. Por lo tanto, por cada hora que pasa multiplicamos el número de células por 2. Este es un patrón denominado crecimiento exponencial.

Por ejemplo, después de 1 hora tenemos 2 células. A las 2 horas, las células se han duplicado, y ahora tenemos $2 \times 2 = 4$ células.

Por lo tanto, se puede decir que a las 2 horas hay 4, o 2^2 células. El patrón sigue: a las 3 horas tenemos 2^3 células, y así sucesivamente, tal como se ve en la última fila de la tabla de abajo.

Crecimiento Bacteriano a 72°F

Tiempo (hora)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Número de células	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
Número de células (en exponentes)	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9

Fuente: *http://www.tv411.org/en-espanol/ciencia/bacterias-matematicas-leccion/activity/3/11*

- Desintegración radiactiva.

Las sustancias radioactivas se desintegran con el paso del tiempo. La cantidad N de una sustancia que va quedando a lo largo del tiempo viene dada por la expresión:

Desintegración radiactiva

$$\boxed{N = N_0 e^{-\lambda t}}$$

Ley de la desintegración radiactiva.

Constante radiactiva λ de una sustancia indica la probabilidad de desintegración por unidad de tiempo.Unidad S.I. (1/s)

No es intención de este cuadernillo ejercitar este tipo de funciones, sin embargo, ten presente que las necesitarás seguramente en otros momentos de la carrera por lo que sólo las mencionaremos en esta instancia del ingreso.

EJERCITACIÓN PARA EL ESTUDIANTE

A) Resolver los siguientes ejercicios combinados

1) $(2 \cdot 4 + 12)\ (6 - 4) =$ (Rta. 40)

2) $3 \cdot 9 + (6 + 5 - 3) - 12 : 4 =$ (Rta. 32)

3) $2 + 5 \cdot (2 \cdot 3)^3 =$ (Rta.1082)

4) $9 : [6 : (-2)] =$ (Rta. -3)

5) $[(-2)^5 - (-3)^3]^2 =$ (Rta. 25)

6) $7 \cdot 3 + [\ 6 + 2 \cdot (2^3 : 4 + 3 \cdot 2) - 7 \cdot \sqrt{4}\ ] + 9 : 3 =$ (Rta. 32)

B) Resolver aplicando las propiedades de la Potenciación

1) $2^7 : 2^6 =$ **2**

2) $(2^2)^4 =$ **2^8**

3) $(4 \cdot 2 \cdot 3)^4 =$ **24^4**

4) $(-8) \cdot (-2)^2 \cdot (-2)^0\ (-2) =$ **$(-2)^6$**

5) $3^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 3^4 = 3^{-2} = (1/3)^2 =$ **$1/9$**

6) $5^2 : 5^{-3} = 5^5 =$ **3125**

6) $5^{-2} : 5^{-3} =$ **5**

7) $10^2 \cdot 10^3 . 10^{-1/6} . 10^{2/3} . 10^{-1/2} =$ **10^6** 1

C) Expresar en NOTACIÓN CIENTÍFICA (con 1 sólo dígito y en forma exponencial)

1) 0,0085 = (Rta. $8{,}5 .\ 10^{-3}$)

2) $4{,}6 .\ 10^{-5} .\ 10^{-3}$ = (Rta. $4{,}6 .\ 10^{-8}$)

3) $700.\ 10^{-4}$ = (Rta. 7.10^{-2})

4) $980.\ 10^{-9} .\ 10^{-2}$ = (Rta. $9{,}8.\ 10^{-9}$)

5) $18{,}5 .\ 10^{-6}$ = (Rta. $1{,}85.\ 10^{-5}$)

6) una centésima: (Rta. 1.10^{-2})

7) $1148 .\ 10^{-4}$ = (Rta. $1{,}148.\ 10^{-1}$)

8) una millonésima: (Rta. 1.10^{-6})

9) tres millones: (Rta. 3.10^{6})

10) $0{,}00052 .\ 10^{-1}$ = (Rta. $5{,}2 .\ 10^{-5}$)

D) Calcular los porcentajes que se requieren a continuación

1) En un rodeo de 3000 animales contraen una enfermedad 180 ¿Qué porcentaje del total representan los animales enfermos? (Rta. 6%)

2) De un tanque australiano de 12000 L se ha llenado el 27% ¿Cuántos litros faltan para completarlo? (Rta.8760 litros)

3) De acuerdo a la información del siguiente alimento, ¿cuántos gramos de proteínas ingiere un cachorro en una ración diaria de 150 gramos? (Rta.39 g)

4) Se tiene un alimento con la siguiente información nutricional, ¿Cuánto incorpora de cada componente cada 300 gramos de alimento que consume?

Información Nutricional

Proteína Bruta	30%
Lípidos	10%
Materia Fibrosa	2,8%
Materia Mineral	8%
Calcio	1,0 – 1,6%
Fósforo	0,8 – 1,6%
Sódio	0,2%
Magnésio	0,04 – 0,1%
Omega 3	0,2%
Omega 6	1%
Saponina	7mg/Kg
Taurina	1000mg/Kg
Umidade	10%

E) Hallar el valor de la incógnita en las siguientes ecuaciones

1) $\frac{x.12.3}{6}=\frac{1.10^{2}}{10^{1}.5.1/5}$ (Rta. x = 5/3)

2) $\frac{2.x-2}{6}=\frac{4.x-6}{18}$ (Rta. x = 2)

3) $\dfrac{3.x-2}{3}=\dfrac{x-2}{2}$ (Rta.x = - 2/3)

4) $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{2}{1/2}.10^{1}$ (Rta. x = 85)

5) $\dfrac{-3.x}{7}=\dfrac{2-2.x}{14}$ (Rta. x= –1/2)

6) $\dfrac{4.10^{-3}}{x}=\dfrac{10^{3}.10^{4}}{2.10^{-5}}$ (Rta. x = 8 . 10^{-15})

7) $\dfrac{x}{2}-\dfrac{x}{4}+\dfrac{2.x}{6}=-5+19$ (Rta. x = 24)

8) Hallar el valor de las incógnitas en los siguientes sistemas de ecuaciones

1) $\begin{cases} x = 26 - 2/3\ y \\ y - 54 = -4\ x \end{cases}$ (Rtas. x = 6 ; y = 30)

2) $\begin{cases} 10\ y = 70 - 25\ x \\ 6\ x - 8\ y = 48 \end{cases}$ (Rtas. x = 4 ; y = -3)

3) $\begin{cases} 3\ x - y = 5 \\ 3 = 5\ x + y \end{cases}$ (Rtas. x = 1 ; y = -2)

4) $\begin{cases} 29 + 2\ x = -2\ y \\ -12\ x + 22 = 4\ y \end{cases}$ (Rtas. x = 10 ; y = - 24,5)

5) $\begin{cases} 2\ x = -y + 3 \\ 6x - 10 = -2\ y \end{cases}$ (Rtas. x = 2 ; y = -1)

6) $\begin{cases} -y = x - 2 \\ 11 - 3\ x = 4\ y \end{cases}$ (Rtas. x = - 3 ; y = 5)

7) $\begin{cases} 20 - 3x = -y \\ 2y = 8 - 2x \end{cases}$ (Rtas. x = 6 ; y = - 2)

8) $\begin{cases} 2x - 4 = -2y \\ 5x = -32 + 2y \end{cases}$ (Rtas. x = - 4 ; y = 6)

9) $\begin{cases} 32 = -y + 5x \\ -23 = 131x + 3y \end{cases}$ (Rtas. x = 1/2 ; y = - 59/2)

10) $\begin{cases} x - 17 = -2y \\ 2x = 10 + 2y \end{cases}$ (Rtas. x = 9 ; y = 4)

G) Hallar el/los valores de la incógnita

1) $x^2 - 5x + 6 = 0$ (Rta. $x_1 = 3$, $x_2 = 2$)

2) $2x^2 - 7x + 3 = 0$ (Rta. $x_1 = 3$, $x_2 = 1/2$)

3) $-x^2 + 7x = 10$ (Rta. $x_1 = 5$, $x_2 = 2$)

4) $x^2 - 2x + 1 = 0$ (Rta. $x_1 = x_2 = 1$)

5) $2x - 3 = x^2 - 2x + 1$ (Rta. $x_1 = x_2 = 2$)

6) $(6x - 12)(x + 1) = 0$ (Rta. $X_1 = 2$; $X_2 = -1$)

7) $18 = 6x + x(x-13)$ (Rta. $X_1 = -2$; $X_2 = 9$)

H) Encontrar en cada caso la ecuación de la recta con los datos dados:

1) Tiene las pendientes explicitadas en cada caso

a) m = 4 y pasa por P: (- 2; 3) (Rta: y = 4x + 11)

b) m = ½ y pasa por P: (- 3; - 1) (Rta: y = ½ x + 1/2)

c) m = 2 y pasa por P: (1; 1) (Rta: y = 2x – 1)

d) m = - 2 y pasa por P: (3; 10) (Rta: y = - 2x + 16)

e) m = 3 y pasa por P: (-1; 4) (Rta: y = 3x + 7)

2) Pasa por los puntos:

a) A:(1;3) y B:(2;-5) (Rta: y = -8 x + 11)

b) P:(0;12) y Q:(3;3) (Rta. y = - 3 x +12)

c) J:(-1;8) y K:(2;-10) (Rta. y = - 6 x + 2)

I) Representar gráficamente en papel cuadriculado las rectas halladas anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA

lvarez, M, "Matematica II, para resolver problemas", Ed Santillana, 2010.
Kaczor, P.J, Piñeiro G. E., Serrano, G. B., "Matematica II, Actividades clave". Ed Santillana, 2012.
Llinares Ciscar, S., Sanchez García, M, "Fracciones" ,Ed. Síntesis , 2005.
Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, "Matemática, cuaderno de estudio" Serie Horizontes, 2007.
Berman, Andrea y otros. Matemática para resolver problemas III. Ed. Santillana. 2010.
http://webfcfmyn.unsl.edu.ar/wp-content/uploads/2012/05/cap2+prac-parte1.pdf
http://matematicasfgka2.blogspot.com/2016/06/
Páginas visitadas:
AIQUE
DESCARTES
VITUTOR
EDUCAREX
CANAL ENCUENTRO